
Exercícios Resolvidos de Dinâmica Clássica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Física

Matéria para a PRIMEIRA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro
“Fundamentos de Física”, Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: <http://www.if.ufrgs.br/~jgallas>

Conteúdo

		4.1.1	Soma de vetores	2
4	Vetores			2
4.1	Problemas e Exercícios			2
		4.1.2	Somando vetores através das suas componentes	2

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para [jgallas @ if.ufrgs.br](mailto:jgallas@if.ufrgs.br)
(listam0.tex)

4 Vetores

4.1 Problemas e Exercícios

4.1.1 Soma de vetores

P 3-6 (3-??/6ª edição)

Um vetor $\mathbf{a}$ tem módulo 5 unidades e está dirigido para leste. Um outro vetor, $\mathbf{b}$, está dirigido para 35° a oeste do norte e tem módulo de 4 unidades. Construa diagramas vetoriais para calcular $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ e $\mathbf{b} - \mathbf{a}$. Estime o módulo e a orientação dos vetores $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ e $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ a partir desses diagramas.

► Para resolver este problema como o livro deseja, necessita-se de papel milimetrado, régua e um transferidor, para medir ângulos.

Irei resolver o problema usando sua representação algébrica. As componentes dos vetores $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ são

$$a_x = 5, a_y = 0,$$

e

$$b_x = -4 \sin 35^\circ = -2.29, b_y = 4 \cos 35^\circ = 3.27.$$

O sinal de b_x é negativo pois para fazer a soma algebricamente, precisamos primeiro transladar o vetor $\mathbf{b}$ para a origem do sistema de coordenadas. É claro que tal translação não é necessária no processo *gráfico* utilizado para a soma. Entenda bem o que está sendo feito, as diferenças entre os dois métodos de obter a soma.

Portanto, para a soma $\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ temos

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= (a_x + b_x, a_y + b_y) \\ &= (5 - 2.29, 0 + 3.27) \simeq (2.7, 3.3), \end{aligned}$$

cujo módulo é

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{(2.7)^2 + (3.3)^2} = 4.26 \simeq 4.2.$$

O ângulo que a soma $\mathbf{s}$ faz com a *horizontal* é

$$\theta_s = \arctan \frac{s_y}{s_x} = \arctan \frac{3.27}{2.7} = 50.4^\circ \simeq 50^\circ.$$

Dito de modo equivalente, o vetor $\mathbf{s}$ está direcionado de um ângulo de $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ a Oeste do Norte.

Para o vetor *diferença* $\mathbf{d} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ temos

$$\mathbf{d} = (-2.29 - 5, 3.27 - 0) \simeq (-7.3, 3.3),$$

cujo módulo é

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{(-7.3)^2 + (3.3)^2} = 8.01 \simeq 8.$$

O ângulo que a diferença $\mathbf{d}$ faz com a *horizontal* é

$$\theta_d = \arctan \frac{d_y}{d_x} = \arctan \frac{3.3}{-7.3} = 24.3^\circ.$$

Dito de modo equivalente, o vetor $\mathbf{d}$ está direcionado de um ângulo de 24.3° a Norte do Oeste. Ou ainda, a $90^\circ - 24.3^\circ = 65.7^\circ$ a Oeste do Norte.

4.1.2 Somando vetores através das suas componentes

P 3-29 (3-??/6ª edição)

Uma estação de radar detecta um avião que vem do Leste. No momento em que é observado pela primeira vez, o avião está a 400 m de distância, 40° acima do horizonte. O avião é acompanhado por mais 123° no plano vertical Leste-Oeste e está a 860 m de distância quando é observado pela última vez. Calcule o deslocamento da aeronave durante o período de observação.

► Chamemos de O a origem do sistema de coordenadas, de A a posição inicial do avião, e de B a sua posição final. Portanto, o deslocamento procurado é

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}.$$

Para $\overrightarrow{OB}$ temos, definindo $\theta = 123^\circ + 40^\circ - 90^\circ = 73^\circ$, que

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= |OB|(-\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}) \\ &= (860)(-\sin 73^\circ \mathbf{i} + \cos 73^\circ \mathbf{j}) \\ &= -822.42 \mathbf{i} + 251.44 \mathbf{j} \end{aligned}$$

Analogamente, para $\overrightarrow{OA}$ temos

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= |OA|(\cos 40^\circ \mathbf{i} + \sin 40^\circ \mathbf{j}) \\ &= (400)(\cos 40^\circ \mathbf{i} + \sin 40^\circ \mathbf{j}) \\ &= 306.42 \mathbf{i} + 257.11 \mathbf{j} \end{aligned}$$

Portanto

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \\ &= (-822.42 - 306.42, 251.44 - 257.11) \\ &= (-1128.84, -5.67), \end{aligned}$$

cuja magnitude é

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-1128.84)^2 + (-5.67)^2} = 1128.854 \\ \simeq 1130 \text{ m.}$$

eixo x é

$$\arctan\left(\frac{-5.67}{-1128.84}\right) = 0.005 \text{ rad} = 0.28^\circ,$$

O ângulo que o vetor $\vec{AB}$ faz com a parte negativa do

o que significa que o avião voa quase que horizontalmente.